

第13回 講義案 場合の数(4)

く あ ^{じょ}
組み合わせ ... "順序"を考えない

そうじ当番や日直
のおはなし

cf.

"順列"

委員長・副委員長
のおはなし

20人(A~T)

2人のそうじ当番を選ぶ

↓
委員長・副委員長なら $20 \times 19 = 380$ 通り

↓
この場合、自分が委員長か
副委員長は大問題。
(個性あり)

委員長 副委員長

↑ 20 ↑ 19

↓
しかしそうじ当番にはその「個性」はない。
AとB でも BとAでも同じこと。

↓
"順番も考えて出し(380通り)を2で割る

↓
 $380 \text{通り} \div 2 = 190 \text{通り}$ (大横丁通り) (お)

なお20人から3人なら

"順列" $20 \times 19 \times 18 = 6840 \text{通り}$

↓
組み合わせなら

$20 \times 19 \times 18 \div 6 = 1140 \text{通り}$

(お) (お) (お)
王貞春
王様

こう書くこともある

$$20 \times 19 \times 18$$

$$\frac{\quad}{3 \times 2 \times 1}$$

↳ ABCなら

A-B-C }
 C-B } 6
B-A-C } と
 C-A } お
C-A-B } り
 B-A } (3×2×1=6)

必修1 箱の中に玉。赤が2個、白が2個、青が1個。この中から3個を選ぶとき、選び方は全部で何通りあるか。

基本は樹形図

赤² > 白² > 青¹ なる

赤 - 赤 - 白

 \ 青

 白 - 白

 \ 青

白 - 白 - 赤

 \ 青

青 - 白 - 白

赤 - 赤 - 白

 \ 青

 白 - 白

 \ 青

白 - 白 - 青

OR

?

答 ○ 通り

必修2 A, B, C, D, Eの5人。この中から日直を2人選ぶ方法は全部で何通り?

日直は個性なし。A-BもB-Aも同じこと。

まず"順列で" $5 \times 4 = 20$ 通り

↓

A-B, B-Aは同じ (D-E, E-Dも、C-E, E-C...)

$20 \text{ 通り} \div 2 = 10 \text{ 通り}$

ことなるN個から
 2個を選ぶ組み合わせの数
 $N \times (N-1) \div 2$

3個を選ぶ組み合わせの数
 $N \times (N-1) \times (N-2) \div 6$

同じ $\frac{N \times (N-1)}{2 \times 1}$

$\frac{N \times (N-1) \times (N-2)}{3 \times 2 \times 1}$

「÷3」とする者あり

必修3 A, B, C, D 4人の男子生徒と P, Q, R 3人の女子生徒。
この7人の中から3人を選ぶ。

- (1) 男子だけから3人選ぶとき、選び方は全部で何通り?
- (2) 男子から2人、女子から1人選ぶときは?

(1) これでもいいのだが...

$$\frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 1} = 4 \text{ (通り)}$$

考え方の工夫 4人から3人を選ぶ → 残った1人に着目
→ 残るのは AかBかCかD なので 4通り

- (2) 男子の方は $4 \times 3 \div 2 = 6$ (通り) 女子の方は 3 (通り)

積の法則 (枝分かれのイメージ)
 $6 \times 3 = 18$ (通り)

必修4 直線アの上と3個の点、
直線イの上と2個の点。
これら5個の点から3個の点で
三角形を。全部で何個できる?



三角形の頂点 ... 3つの頂点は1直線上にあってはならない。

おまわりごとはここだけ。



カ, キ, ケ, コの5つから3つ
 $5 \times 4 \times 3 \div 6 = 10$ (通り)



このうちカ, キ, ケの1通りは1直線上にあるので×。

$10 - 1 = 9$ (通り) 答 9個 組み合わせで考えるのはなぜ? (カ, キ, ケで)

必修5 0, 1, 2, 3, 4, 5の6枚のカード。この中から3枚で3けたの整数。でまた整数が9の倍数になるのは全部で何通り？

まず9の倍数の見分け方を覚える。
 ← 各位の数の和が9の倍数 例 231192 (和18で9の倍数)
 ↓
 和が9 (5, 4, 0) 2 × 2 × 1 = 4通り
 (5, 3, 1) 3 × 2 × 1 = 6通り
 (4, 3, 2) 3 × 2 × 1 = 6通り } 和16通り

倍数の見分け方は 3の倍数, 9の倍数と4の倍数(, 8の倍数) おぼえてください！

必修6 野球大会に6チームが参加。
 (1) 各チームと1試合ずつするリーグ戦をすると全部で何試合？
 (2) トーナメント戦をすると、優勝が決まるまで全部で何試合？

試合数
 リーグ戦 $N \times (N-1) \div 2 \rightarrow 6 \times 5 \div 2 = 15$ 試合
 トーナメント戦 $N-1 \rightarrow 6-1 = 5$ 試合

トーナメント戦 (リーグ戦ではない)
 オシマイだとあまりにありすぎるので理由も。
 優勝が決まるまで各試合で1チームずつ敗れて退場
 ↓
 6チーム出場なら1チームの優勝チーム以外、つまり5チームは退場してもらう。そのため試合は6-1=5試合必要。

リーグ戦 (リンス戦ではない)
 6人から2人のその担当者を選ぶ組み合わせと全く同じお話です。

100人参加のジャン大会は？ トーナメントとリンスで。